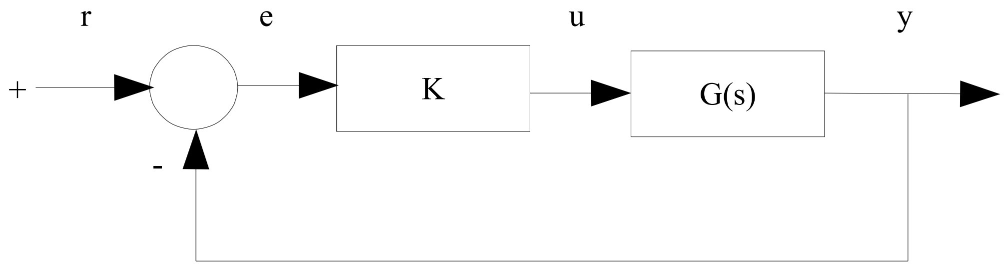
# LUOGO DELLE RADICI

**Poli ad anello chiuso**

Il luogo delle radici di una f.d.T. G(s) (ad anello aperto) è un grafico delle posizioni (luogo) di tutti i poli ad anello chiuso con guadagno K e retroazione unitaria:




La funzione di trasferimento ad anello chiuso è:

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{K*G(s)}{1+K*G(s)}$$

e così i poli del sistema ad anello chiuso sono valori di s tale che **1 + K * G(s) = 0.**

Se scriviamo $G(s)=N(s)/D(s)$, l'equazione assume la forma:

$$D(s)=K*N(s)=0$$
$$\frac{D(s)}{K}+N(s)=0.$$

Sia n l'ordine del polinomio al denominatore e m l'ordine di quello del numeratore, e consideriamo valori positivi per K. Per il limite di K che tende a zero (K->0), i poli del sistema a ciclo chiuso sono D(s) = 0 che corrispondono ai poli di G(s). Per il limite di $K\rightarrow\infty$, i poli del sistema ad anello chiuso sono N(s) = 0 e coincidono con gli zeri di G(s).

Indifferentemente dal valore di K, il sistema ad anello chiuso deve sempre avere n poli, con n numero di poli di G(s). Il luogo delle radici deve avere n rami, che partono da un polo di G(s) e terminano in uno zero di G(s). Se, come quasi sempre accade, G(s) ha più poli che zeri, m zeri all'infinito. In questo caso, il limite di G(s) per s che tende all'infinito è zero. Il numero di zeri all'infinito è n-m che coincide con il numero di rami del luogo delle radici che vanno all'infinito (asintoti).

Essendo il luogo delle radici la locazione di tutti i possibili poli del sistema ad anello chiuso, si può selezionare un guadagno in modo che il sistema soddisfi le nostre esigenze. Se uno dei poli selezionati si trova nel semipiano destro, il sistema ad anello chiuso è instabile. I poli più vicini all'asse immaginario hanno una maggiore influenza sulla risposta ad anello aperto, quindi anche se un sistema ha più poli può comportarsi come un sistema del primo o del secondo ordine dipendente quasi esclusivamente dalla locazione del polo dominante.

**Grafico dei poli di una f.d.T.**

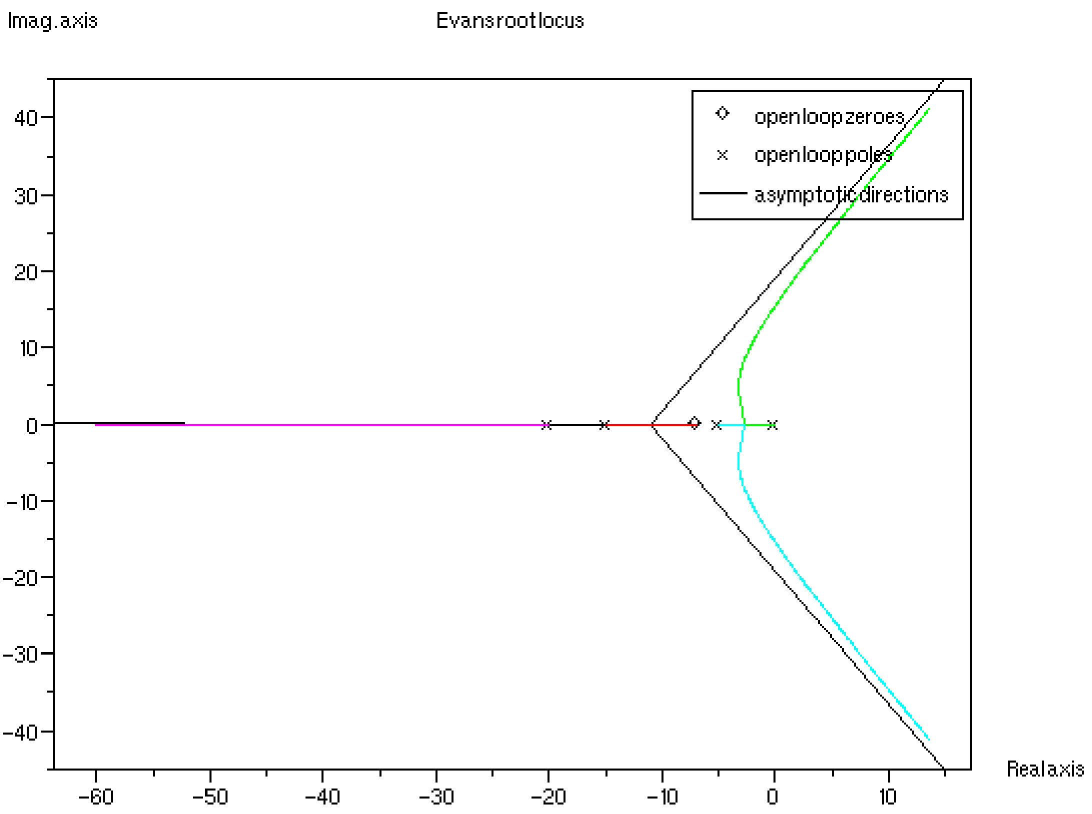
Consideriamo un sistema ad anello aperto con la seguente f.d.T.:

$$G(s)=\frac{Y(s)}{U(s)}=\frac{s+7}{s(s+5)(s+15)(s+20)}.$$

Vediamo come costruire un controllore per il nostro sistema oggetto usando il metodo del luogo delle radici, in modo da avere una sovraelongazione minore del 5% (a cui corrisponde un coefficiente di smorzamento maggiore di 0.7) e 1 secondo di tempo di salita. Con Scilab useremo la funzione **evans(H [,kmax]).**

-->s=poly(0,'s');

-->H= syslin('c',(s+7)/(s*(s+5)*(s+15)*(s+20)));



Questo grafico mostra la posizione di tutti i possibili poli ad anello chiuso per un controllore proporzionale con K = 1. Notiamo che non tutti i poli soddisfano i criteri richiesti. Per sapere quali radici sono accettabili, è necessario usare la funzione di Scilab **sgrid.** Così possiamo disegnare le linee del coefficiente di smorzamento che nel nostro caso è un valore maggiore di 0.7, e della pulsazione naturale maggiore di 1.8 avendo supposto il tempo di salita pari a 1 secondo.

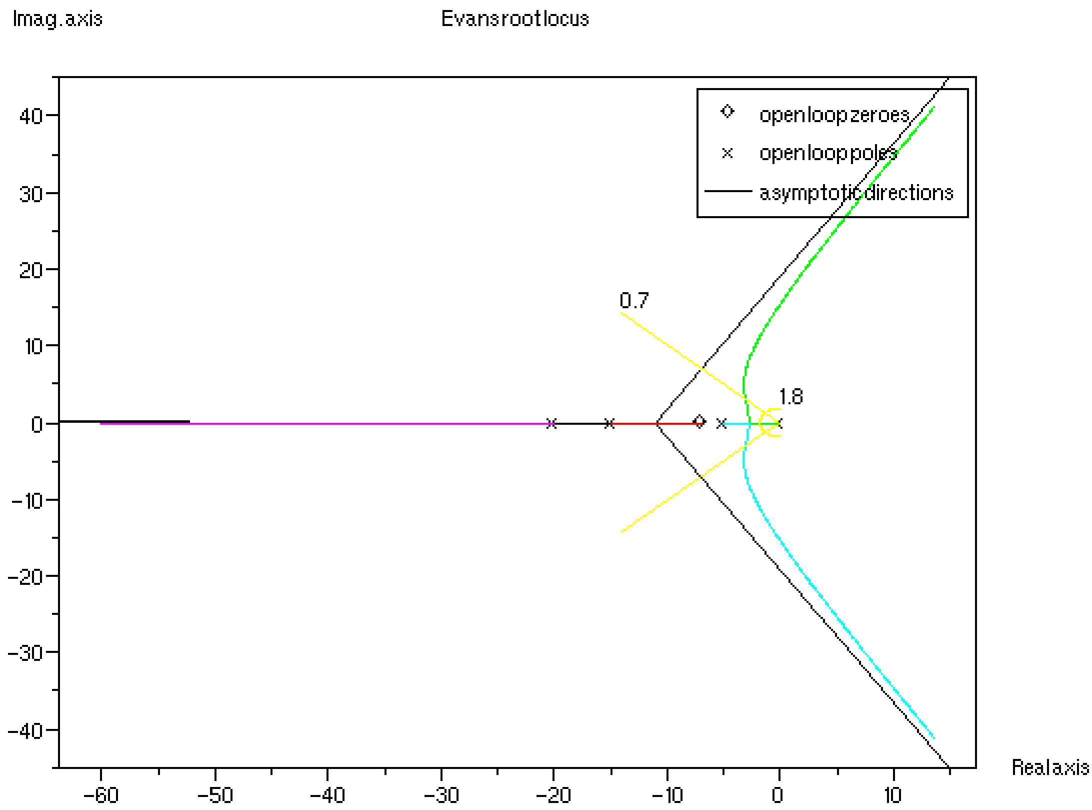
```
-->sgrid(0.7,1.8,7)

-->s=poly(0,'s');

-->H= syslin('c',(s+7)/(s*(s+5)*(s+15)*(s+20)));

-->evans(H)

-->sgrid(0.7,1.8,7)//7 corrisponde al giallo
```




Nel grafico le linee gialle a 45° indicano i poli con smorzamento = 0.7; Nella regine compresa tra le due linee, i poli avranno smorzamento maggiore di 0.7, e fuori minore. Il semicerchio giallo indica i poli con pulsazione naturale = 1.8; all'interno del cerchio la pulsazione è minore di 1.8, ed all'esterno è maggiore.

Quindi, tornando al nostro problema, i poli devono trovarsi dentro le due linee gialle e fuori dal semicerchio. Conosciamo, così, le zone dove devono trovarsi i poli per soddisfare le due condizioni richieste. Tutti i poli in questa regione sono nel semipiano sinistro e, quindi, il sistema ad anello chiuso è stabile.

Si nota che il polo che fornisce problemi è quello nell'origine. Cerchiamo di modificare la situazione inserendo un controllore proporzionale e derivativo.

Per trovare la risposta del sistema e verificare nel tempo il raggiungimento dei requisiti richiesti, bisogna calcolare la funzione di trasferimento del sistema ad anello chiuso e con **csim** disegnarla.